

Concepts de base de l'électronique :

Définitions, lois fondamentales et théorèmes

Table des matières

A. Définitions 4
I. Circuit électrique : Définitions 4
II. Courants, tension, puissance : 4
1. Courant 4
2. Différence de potentiel : la tension 5
III. Dipôles et conventions de signes 6
1. Définitions 6
2. Conventions de signe 7
IV. Dipôles récepteurs 8
A. La résistance 8
1. Effet résistif 8
2. Loi d'ohm 8
B. Le condensateur 9
C. La bobine 10
V. Dipôles générateurs 11
B. Lois fondamentales 13
I. Définitions 13
II. Lois fondamentales de l'électronique : les lois de Kirchhoff 14
1. Loi des nœuds 14
2. Loi des mailles 14
III. Associations de résistances 15
1. Association de résistances en série 15
2. Association de résistances en parallèle 16
IV. Théorèmes de Thévenin et de Norton 17
1. Théorème de Thévenin 17
2. Théorème de Norton 17
3. Equivalences Thévenin/Norton 18
V. Théorème de Millman 18
C. Régime sinusoïdal forcé - Définitions 21
I. Courants et tensions sinusoïdaux 21
II. Exemple de circuit en régime sinusoïdal : Etude d'un circuit RLC 23
III. Représentation complexe 23

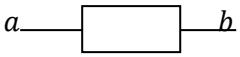
Concepts de base de l'électronique : Définitions, lois fondamentales et théorèmes

A. Définitions

I. Circuit électrique : Définitions

Un circuit électrique est un ensemble de composants électriques interconnectés d'une manière quelconque par des conducteurs (fils).

Un composant électrique est un élément à 2 (on parle alors de dipôle. Exemples : résistance, condensateur, bobine) ou plusieurs bornes (3 dans le cas d'un transistor, par exemple, 4 dans le cas d'un quadripôle…). Un dipôle est généralement représenté sous la forme suivante :



Les bornes a et b servent à la connexion avec les autres composants.

Un conducteur est formé d'un matériau transportant bien le courant électrique (exemple : le Cuivre). Il s'agit le plus souvent d'un métal, mais, il est également possible d'utiliser un liquide conducteur. On parle alors d'électrolyte.

II. Courants, tension, puissance :

1. Courant

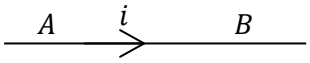
Un courant électrique est un déplacement ordonné de charges électriques dans un conducteur. On le caractérise par une grandeur, l'intensité, définie comme étant le débit de charges électriques dans le conducteur

Cette grandeur est souvent notée i. Quand, pendant un temps dt, il passe dq Coulombs, l'intensité vaut :

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

L'unité légale dans laquelle s'exprime l'intensité du courant électrique est l'ampère (symbole A). Une intensité de 1 A correspond à un débit de 1 coulomb par seconde.

Le courant dans le schéma d'un circuit électrique est représenté par une flèche sur un conducteur (le courant circule dans un composant).



Le courant noté i est fléché dans un sens arbitraire. Cela ne veut pas dire que le courant i circule de A vers B mais que, si le résultat du calcul donne une valeur numérique positive, le courant circule bien de A vers B, sinon il circule en sens inverse.

Il est à noter que du fait de la définition de l'intensité $\left(i(t) = \frac{dq}{dt}\right)$ et de la charge de l'électron (charge négative), le sens de déplacement effectif des électrons est l'opposé du sens positif conventionnel du courant. Cette petite incohérence a des origines historiques, l'électron ayant été découvert après la mise en évidence et la formalisation du phénomène électrique.

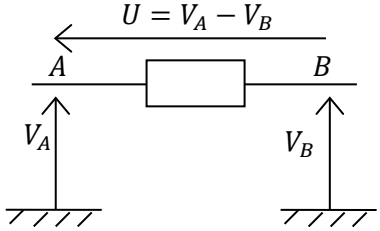
2. Différence de potentiel : la tension

Au repos, les charges électriques d'un conducteur sont en mouvement continuel sous l'effet de l'agitation thermique :

Cependant, ce mouvement ne se traduit pas par un déplacement global susceptible de se traduire en courant électrique. Pour mettre en mouvement ces charges dans une direction donnée, il est nécessaire d'appliquer un champ électrique $\vec{E}$ aux bornes du conducteur. En appliquant le potentiel électrique V_1 et le potentiel V_2 à ces deux bornes, on crée une différence de potentiel qui met les électrons en un mouvement orienté et ordonné, car ils sont alors soumis à la force de électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$.

La valeur de la différence de potentiel (souvent abrégée en "ddp") est appelée la tension, et son unité est le Volt (symbole V). Le Volt est défini de telle manière qu'une charge d'un Coulomb accélérée sous une tension de 1V acquiert une énergie de $1J : 1V = 1J/C$.

On représente une différence de potentiel par une flèche à côté du composant (la tension est une différence de potentiels entre les 2 bornes du composant), comme sur le schéma suivant.



Par convention, la tension notée U représente la différence de potentiel $V_A - V_B$ (pointe de la flèche – arrière de la flèche). Donc, si, après application numérique, la tension U est positive, cela veut dire que le potentiel du point A est supérieur à celui du point B, et si U est négative cela veut dire que le potentiel du point A est inférieur à celui du point B.

Dans le bas de ce schéma, les symboles rayés indiquent la référence de potentiel qu'on choisit nulle, appelée la masse, par rapport à laquelle sont définis les potentiels V_1 et V_2. On parle alors parfois de la tension en un point.

ATTENTION à ne pas confondre masse et terre : la terre est LE point de potentiel nul, alors que la masse est un point qu'on prend comme référence.

III. Dipôles et conventions de signes

1. Définitions

Un dipôle est un élément possédant 2 bornes (ou pôles) : il est traversé par un courant. Celui qui sort d'un pôle est bien sûr le même que celui qui entre par l'autre. Chacun de ces 2 pôles est soumis à un certain potentiel électrique et la différence de potentiel qui en résulte est la tension à ses bornes.

Un dipôle peut être linéaire ou non-linéaire, passif ou actif, récepteur ou générateur.

Définissons ces différents termes.

- Un dipôle est **linéaire** si la fonction f, telle que $U = f(I)$, reliant la tension à ses bornes au courant qui le traverse, est une fonction différentielle à coefficient constant. On peut aussi dire qu'un dipôle est linéaire s'il présente une impédance indépendante du courant qui le traverse (l'impédance est le rapport tension/courant en régime continu comme en régime sinusoïdal). Les résistances, les condensateurs et les bobines sont des dipôles linéaires. Les diodes, les transistors et en général les composants à base de semi-conducteurs n'en sont pas.

- Un dipôle est **passif** si sa caractéristique tension/courant passe par l'origine (si $U = 0$, $I = 0$ et réciproquement). Il ne peut que consommer de l'énergie électrique, et cette énergie est dissipée par effet Joule.

  Un dipôle est **actif** si sa caractéristique ne passe pas par l'origine et une partie de l'énergie qu'il met en jeu ne correspond pas à de l'effet Joule.

- Un dipôle fonctionne en **récepteur** s'il **consomme** (ou pas) de l'énergie électrique active (des joules) mais **n'en génère** pas en moyenne.

  Un dipôle fonctionne en **générateur** s'il fournit de l'énergie électrique active.

  Ex : les composants passifs (résistances, condensateurs et bobines) sont forcément des récepteurs.

Par contre la batterie de votre portable est un dipôle actif mais elle peut fonctionner en générateur quand elle fournit du courant ou en récepteur quand vous la rechargez.

Un moteur électrique est un récepteur actif : il consomme de la puissance électrique et fournit de la puissance mécanique … quand il tourne.

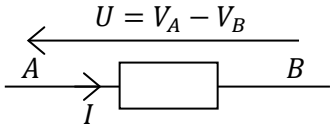
Un dipôle récepteur se représente par un simple rectangle qui peut correspondre soit à une résistance pure soit à un ensemble de composants, les condensateurs et bobines étant représentés par des symboles spécifiques que nous verrons plus tard.

2. Conventions de signe

Avant de calculer la tension aux bornes d'un dipôle quelconque ou le courant qui le traverse, il faut se mettre d'accord sur la façon de définir le sens dans lequel on va les calculer.

a. Convention récepteur

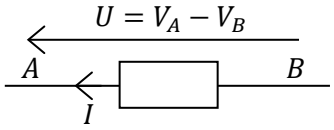
Elle consiste à flécher la tension en sens inverse du courant quel que soit le dipôle.



Conséquence : si, après application numérique, la tension et le courant sont DE MEME SIGNE, cela prouve que le dipôle est récepteur. En effet, dans un récepteur, le courant circule du point de potentiel le plus élevé vers le point de potentiel le plus bas, de même que l'eau coule du haut vers le bas (si, si …) ! Sinon, cela prouve que le dipôle est un générateur.

b. Convention générateur

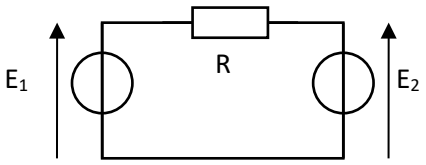
Elle consiste à flécher la tension et le courant dans le même sens quel que soit le dipôle.



Conséquence : si, après application numérique, la tension et le courant sont DE MEME SIGNE, cela prouve que le dipôle est générateur. En effet, dans un générateur, le courant circule du point de potentiel le plus bas vers le point de potentiel le plus élevé, de même qu'un système de pompe dans un tuyau (équivalent du générateur) peut faire remonter l'eau du bas vers le haut. Sinon cela prouve que le dipôle est un récepteur.

Remarques :

- si on sait qu'un dipôle est générateur, on a intérêt à appliquer la convention générateur entre le courant qui le traverse et la tension à ses bornes. Cela permettra d'obtenir un courant de même signe que la tension.
- Si un circuit ne comporte qu'un seul générateur, respecter la convention générateur pour ce générateur (et la convention récepteur pour les résistances) donnera forcément des courants de même signe que la tension du générateur.



Attention : dans le schéma ci-contre, on ne peut pas respecter la convention générateur en même temps pour E1 et pour E2 : il faut donc choisir au hasard un sens du courant pour faire les calculs et, si le résultat numérique est positif, cela prouvera que le courant circule bien dans le sens choisi mais un résultat négatif n'est pas faux pour autant. Il prouverait seulement que le courant circule en sens inverse ! (ex : une batterie que l'on recharge "voit" le courant entrer par sa borne +).

IV. Dipôles récepteurs

A. La résistance

1. Effet résistif

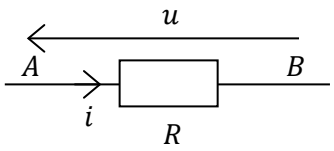
Soit un conducteur, aux bornes duquel on impose une tension. On sait qu'alors, ce conducteur sera parcouru par un courant. Cependant, tous les matériaux ne "conduisent" pas l'électricité aussi facilement : certains offrent plus ou moins de résistance au passage des électrons. Ce phénomène est ce qu'on appelle l'effet résistif.

2. Loi d'ohm

Une résistance est un dipôle récepteur passif qui, quand on applique une tension entre ses bornes, est parcourue par un courant d'intensité proportionnelle à cette tension (réponse linéaire). Autrement dit, c'est un dipôle dont la caractéristique courant-tension (la courbe $I = f(U)$) est une droite passant par l'origine.

Le facteur de proportionnalité s'appelle la résistance du dipôle et s'exprime en ohms (symbole Ω), du nom du physicien allemand Georg-Simon Ohm qui a étudié les lois des circuits électriques.

Symbole :



C'est un dipôle récepteur. On utilise donc la convention récepteur pour le fléchage des grandeurs.

On a alors la relation de proportionnalité suivante :

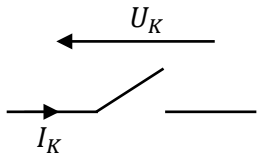
$$u(t) = R.i(t)$$

C'est la loi d'Ohm bien connue.

Rq1 : elle ne s'applique que si la convention récepteur est utilisée ; sinon, il faut rajouter un signe "-".

Rq2 : L'inverse de la résistance est la conductance, souvent notée G. Elle s'exprime en Siemens (S) : $G = {}^{1}/_{R}$.

Rq : Cas particulier de l'interrupteur K :



Un interrupteur est un dipôle qui peut être considéré :

- Soit comme un fil quand il est fermé. On aura alors $U_K = 0$ et I_K quelconque.
- Soit comme une résistance infinie quand il est ouvert. On aura alors $I_K = 0$ et U_K quelconque.
-

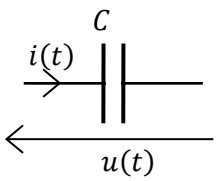
B. Le condensateur

Un condensateur est un composant électronique élémentaire, qui peut emmagasiner puis restituer une charge électrique.

C'est un dipôle composé de deux surfaces conductrices (les armatures) placées face à face et séparées par un isolant (le diélectrique). Il est caractérisé par sa capacité C qui s'exprime en Farad (F), et qui représente la quantité de charges électriques qu'il porte. Compte tenu des ordres de grandeur habituels, on emploie surtout les sous-multiples du farad : le microfarad ($\mu F = 10^{-6}F$), le nanofarad ($nF = 10^{-9}F$) et le picofarad ($pF = 10^{-12}F$).

Symbole :

On représente un condensateur par le symbole suivant :



Relation courant/tension :

Pour un circuit donné, on définit sa capacité C comme le rapport de la charge accumulée sur la tension appliquée à ses bornes :

$$C = \frac{q}{u}$$

Or le courant est la dérivée de la charge par unité de temps Il vient donc :

$$i(t) = C.\frac{du}{dt}$$

Les condensateurs sont principalement utilisés pour :

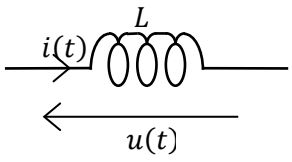
- stabiliser une alimentation électrique (il se décharge lors des chutes de tension et se charge lors des pics de tension) ;
- traiter des signaux périodiques (filtrage par exemple) ;
- séparer le courant alternatif du courant continu (courant constant), ce dernier étant bloqué par le condensateur ;
- stocker de l'énergie, auquel cas on parle de supercondensateur.

C. La bobine

Une bobine est un composant électronique courant. C'est un dipôle constitué d'un enroulement de fil conducteur éventuellement autour d'un noyau en matériau ferromagnétique. Elle est caractactérisée par son inductance L, qui s'exprime en Henry (H)

Symbole :

On représente une bobine par le symbole suivant :



Relation courant/tension :

Vous verrez sans doute en physique plus tard que le coefficient d'induction magnétique de la bobine est défini par le rapport entre le flux d'induction magnétique à travers le circuit (en

résumé, le produit du champ magnétique par la surface qu'il enserre), et le courant qui lui donne naissance :

$$L(t) = \frac{\phi(t)}{i(t)}$$

De plus, vous montrerez en physique que la différence de potentiel u apparaissant grâce à l'effet auto-inductif aux bornes de la bobine est tel que :

$$u(t) = \frac{d\phi}{dt}$$

On obtient donc :

$$u(t) = L.\frac{di}{dt}$$

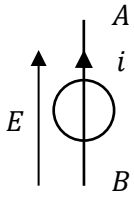
Avec les condensateurs et les résistances, les bobines sont l'un des trois éléments linéaires passifs qui composent les circuits électroniques. Les bobines sont largement utilisées dans les équipements électroniques à courant alternatif (AC), en particulier dans les équipements radio. Elles peuvent être utilisées pour bloquer le courant alternatif tout en laissant passer le courant continu. Elles sont également utilisées dans les filtres électroniques que nous étudieronsau prochain semestre.

V. Dipôles générateurs

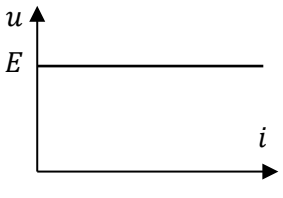
Ce sont les dipôles qui sont susceptibles d'envoyer du courant dans un circuit mais ils peuvent aussi fonctionner en récepteurs quand ils reçoivent du courant, comme par exemple une batterie que l'on recharge. Dans ce cas, on dit qu'ils fonctionnent en récepteurs actifs.

1. Générateurs idéaux

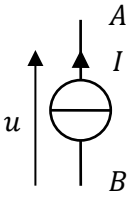
Un générateur idéal est un dipôle qui fournit de la puissance active sans perte par effet Joule. Il en existe 2 types :



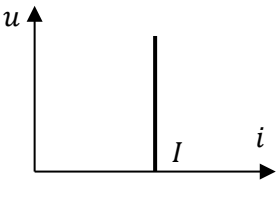
Générateur de tension



Courbe $u = f(i)$



Générateur de courant



Courbe $u = f(i)$

Un générateur idéal de tension (pile, batterie, secteur) fournit une tension indépendante du circuit dans lequel il débite (voir la courbe $u = f(i)$ ci-dessus).

Un générateur idéal de courant (chargeur de batterie) fournit un courant indépendant du circuit dans lequel il débite (voir la courbe $u = f(i)$ ci-dessus).

Rem : En régime continu, la valeur de la tension (ou du courant) est constante dans le temps (par exemple une pile). En régime sinusoïdal, la valeur efficace de la tension (ou du courant) est constante : par exemple la tension issue du secteur est sinusoïdale, donc variable dans le temps, mais sa valeur efficace est constante et égale à 220 V quel que soit le courant débité.

Les symboles de ces 2 générateurs ne sont pas dessinés comme indiqué ci-dessus par hasard. Nous verrons plus loin qu'il est souvent nécessaire d'annuler l'un ou l'autre de ces générateurs pour faire certains calculs. Dans ce cas, il suffit d'enlever "le rond" du symbole :

- ✓ Annuler un générateur de tension consiste à annuler la tension entre ses 2 bornes : elles sont donc au même potentiel et le fil qui reste quand on enlève le rond le montre bien.
- ✓ Annuler un générateur de courant consiste à annuler le courant qui parcourt la branche où il est implanté : on voit bien que les 2 bornes A et B ne sont plus reliées quand on enlève le rond. On pourra donc effacer toute la branche concernée.

2. Générateurs réels (ou ohmiques)

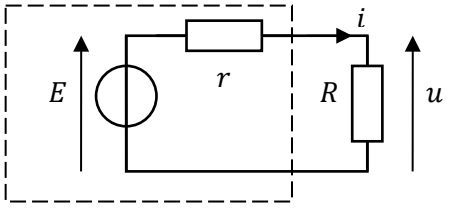
a. Générateur de tension

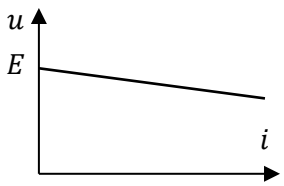
Si dans le schéma ci-contre, on imagine que $R = 0$ (on remplace R par un fil dont on néglige la résistance), alors $U = 0$ ce qui est incompatible avec $U = E$. Le modèle idéal n'est donc pas suffisamment réaliste.



On introduit donc une résistance en série avec le générateur idéal : c'est sa résistance interne r. Elle correspond aux pertes par effet Joule dans les fils. Tant que R est très supérieure à r, on peut dire que r est négligeable devant R et admettre que le générateur est idéal et que $u = E$.

Le générateur est d'autant meilleur (plus proche du modèle idéal) que r est faible. La tension de sortie u chute d'autant plus vite que la résistance de charge R est faible.





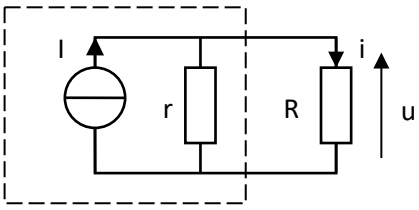
b. Générateur de courant

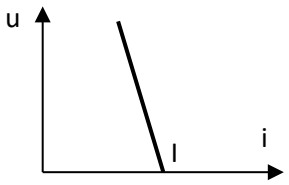


Si dans le schéma ci-contre, on imagine que $R = \infty$, (on enlève la résistance), alors $I = 0$ ce qui est incompatible avec I constant. Le modèle idéal n'est donc pas suffisamment réaliste.

On introduit donc une résistance en parallèle avec le générateur idéal : c'est sa résistance interne r. Elle correspond aux pertes par effet Joule dans les fils. Tant que R est très inférieure à r, on peut négliger r devant R et admettre que le générateur est idéal et que $i = I$.

Le générateur est d'autant meilleur (plus proche du modèle idéal) que r est forte. Le courant de sortie i chute d'autant plus vite que la résistance de charge R est forte.





B. Lois fondamentales

I. Définitions

Pour pouvoir travailler sur les circuits électriques, il est utile de définir un certain nombre de termes et de notions. Ainsi, on appelle :

- ✓ Un nœud, un point de convergence de plusieurs conducteurs, c'est-à-dire l'interconnexion d'au moins 3 fils.
- ✓ Une branche, une portion de circuit située entre deux nœuds consécutifs.
- ✓ Une maille, un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud intermédiaire.

De plus, on dit que :

- ✓ des dipôles sont en série s'ils sont parcourus par le même courant.

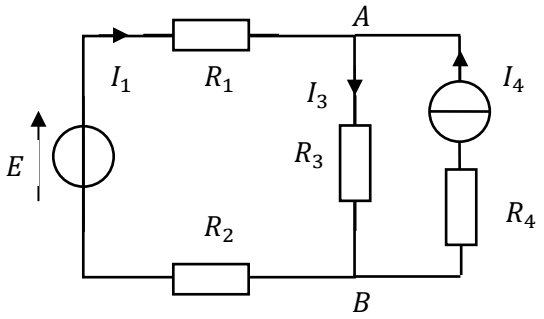
  Des dipôles en série forment une branche (qui peut ne comporter qu'un seul dipôle).
- ✓ Des dipôles sont en parallèle s'ils sont soumis à la même tension (c'est à dire si leurs extrémités sont reliées).

  Rq : des branches peuvent aussi être en parallèle

ATTENTION : DES DIPOLES NE SONT PAS FORCEMENT SOIT EN SERIE SOIT EN PARALLELE.
Le SEUL critère pour savoir si des dipôles sont en série ou en parallèle, c'est l'application STRICTE des définitions ci-dessus.

Exemple : le circuit ci-contre comporte :

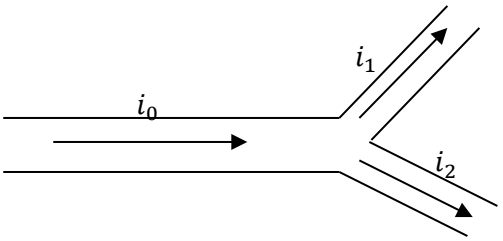
- ✓ 3 branches : (E, R_1, R_2), (R_3) et (I_4, R_4)
- ✓ 2 nœuds : A et B
- ✓ 3 mailles (E, R_1, R_3, R_2), (I_4, R_3, R_4) et (E, R_1, I_4, R_4, R_2)
- ✓ R_1 et R_2 sont en série mais R_3 n'est ni en série ni en parallèle avec R_1 pas plus qu'avec R_2 ou R_4.



II. Lois fondamentales de l'électronique : les lois de Kirchhoff

1. Loi des nœuds

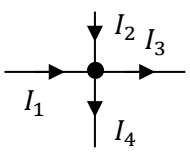
Cette loi se déduit facilement de la notion de courant électrique. Supposons que l'on ait un flux $i_0 = \frac{dq}{dt}$ d'électrons dans un conducteur arrivant à un nœud d'un circuit électrique (voir définition plus haut) :



Les électrons venant "de la gauche" partiront soit dans la première, soit dans la deuxième branche. Mais, le nombre total d'électrons par second restera le même que celui qui arrive en permanence par la gauche. On a donc : $i_0 = i_1 + i_2$ (avec les sens des courants définis sur la figure ci-dessus)

On peut alors généraliser cette relation pour un nœud où arriveraient n conducteurs. On obtient alors la loi des nœuds, qui stipule que la somme algébrique des courants relatifs à un nœud est nulle. On compte positivement les intensités des courants qui arrivent sur le nœud, et négativement celles des courants qui en repartent.

Ex :



La loi des nœuds appliquée ici donne :

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

2. Loi des mailles

Cette loi découle de la remarque selon laquelle entre deux points quelconques, la différence de potentiel est bien définie. Considérons par exemple 3 points A, B et C. Entre A et B, on mesure la tension $U_{AB} = V_A - V_B$, entre A et C, on mesure la tension $U_{AC} = V_A - V_C$, et, entre C et B, on mesure la tension $U_{CB} = V_C - V_B$. On remarque alors que, telle une relation vectorielle, on a : $U_{AB} = V_A - V_C + V_C - V_B = U_{AC} + U_{CB}$.

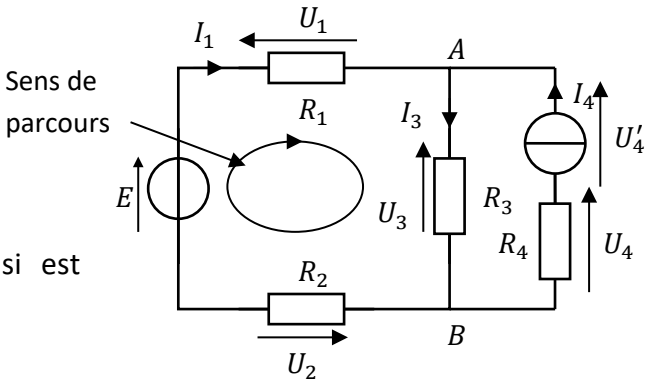
En généralisant, on obtient la loi des mailles qui stipule que la somme algébrique des tensions le long d'un **parcours fermé** est nulle.

Pour appliquer la loi des mailles, on définit un sens de parcours arbitraire de la maille qui sera le sens positif. Ainsi, une tension fléchée dans le sens du parcours sera précédée du signe "+" et une tension fléchée dans le sens inverse du parcours sera précédée du signe "-".

Ex :

- $E - U_1 - U_3 - U_2 = 0$
- $E - U_1 - U_4' - U_4 - U_2 = 0$
- $U_3 - U_4' - U_4 = 0$

(Pour les équations précédentes, le sens choisi est toujours le même)

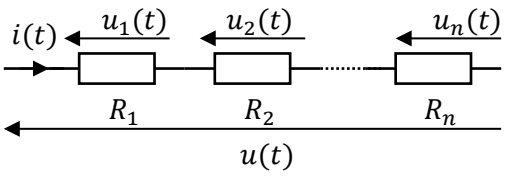


III. Associations de résistances

1. Association de résistances en série

La loi d'Ohm permet d'écrire : $u_k(t) = R_k.i(t)$

La loi des mailles permet d'écrire :



$$u(t) = \sum_{k=1}^{n} u_k(t) = \sum_{k=1}^{n} R_k.i(t) = i(t).\sum_{k=1}^{n} R_k$$

puisque le courant est le même dans toutes les résistances.

Or, par définition, la résistance équivalente R_{eq} est telle que : $u(t) = R_{eq}.i(t)$

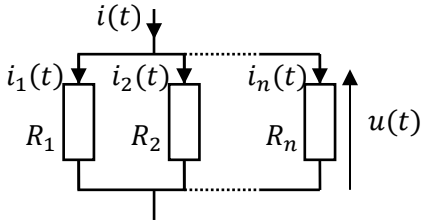
En comparant les 2 dernières formules, on obtient :

$$R_{eq} = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

CI : La résistance équivalente à n résistances en série est égale à leur somme.

2. Association de résistances en parallèle

La loi d'Ohm permet d'écrire : $i_k(t) = \frac{u(t)}{R_k}$



La loi des nœuds permet d'écrire :

$$i(t) = \sum_{k=1}^{n} i_k(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{u(t)}{R_k} = u(t).\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

car la tension est la même aux bornes de chaque résistance

Or, par définition, la résistance équivalente R_{eq} est telle que : $i(t) = \frac{u(t)}{R_{eq}}$

En comparant les 2 dernières formules, on obtient :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

<u>CI</u> : L'inverse de la résistance équivalente à n résistances en parallèle est égal à la somme de leurs inverses.

<u>Remarques</u> :

- ✓ Si l'on utilise la conductance G $(= \frac{1}{R})$, on obtient : $G_{eq} = \Sigma G_i$
- ✓ Pour 2 résistances en parallèle, il est plus simple d'utiliser la formule suivante :

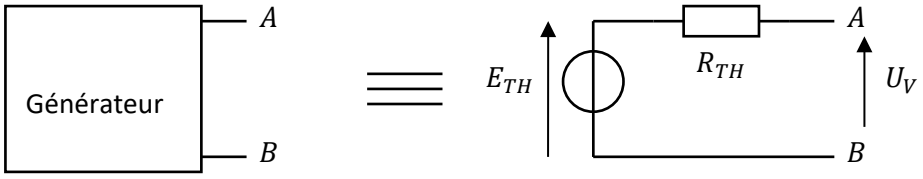
$$R_{eq} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

IV. Théorèmes de Thévenin et de Norton

1. Théorème de Thévenin

Tout dipôle générateur complexe peut être remplacé entre 2 bornes A et B par un générateur équivalent très simple appelé générateur de Thévenin, formé d'une source de tension notée E_{TH} en série avec une résistance interne notée R_{TH} telles que :

- ✓ E_{TH} est égale à la différence de potentiel qui apparaît entre les points A et B quand ils ne sont pas reliés : C'est la tension à vide et on peut la noter U_V.
- ✓ R_{TH} est la résistance vue depuis les points A et B quand on a rendu le dipôle passif, c'est à dire quand on a annulé toutes les sources d'énergie.

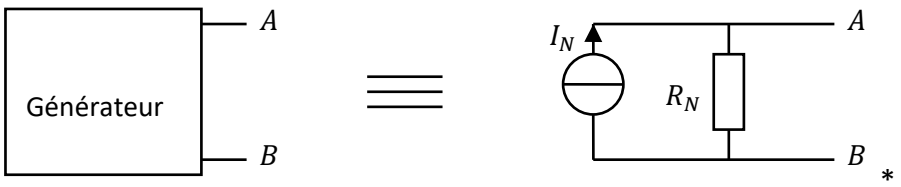


<u>Rq</u> : Annuler une source de tension revient à la court-circuiter. Annuler une source de courant revient à enlever la branche où elle est située.

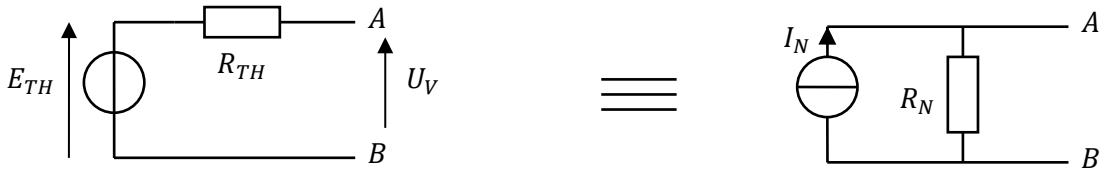
2. Théorème de Norton

Tout dipôle générateur complexe peut être remplacé entre 2 bornes A et B par un générateur équivalent très simple appelé générateur de Norton, formé d'une source de courant notée I_N en parallèle avec une résistance interne notée R_N telles que :

- ✓ I_N est égal au courant qui apparaît entre les points A et B quand ils sont reliés entre eux par un fil : C'est le courant de court-circuit et on peut le noter I_{CC}.
- ✓ R_N est la résistance vue depuis les points A et B quand on a rendu le dipôle passif, c'est à dire quand on a annulé toutes les sources d'énergie : c'est la même que R_{TH}.



3. Equivalences Thévenin/Norton

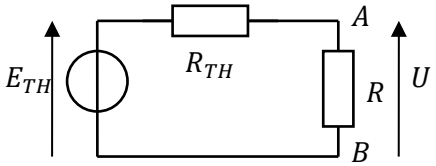


Il suffit d'appliquer les formules suivantes :

- ✓ $E_{TH} = I_N.R_N \ \ ou\ I_N = E_{TH}/R_{TH}$
- ✓ $R_{TH} = R_N$

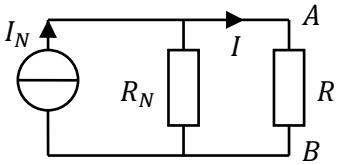
<u>Pour aller plus loin : Différence entre ces 2 générateurs</u>

Théoriquement ils sont totalement équivalents. Pratiquement la différence tient à l'ordre de grandeur de la résistance interne (R_{TH} ou R_N) par rapport à la résistance dans laquelle débite ce générateur.



$$U = E_{TH}.\frac{R}{R_{TH}+R}$$

Tant que $R \gg R_{TH}$ alors $U \approx E_{TH}\ \forall R$



$$I = I_N.\frac{R_N}{R_N+R}$$

Tant que $R \ll R_N$ alors $I \approx I_N\ \forall R$

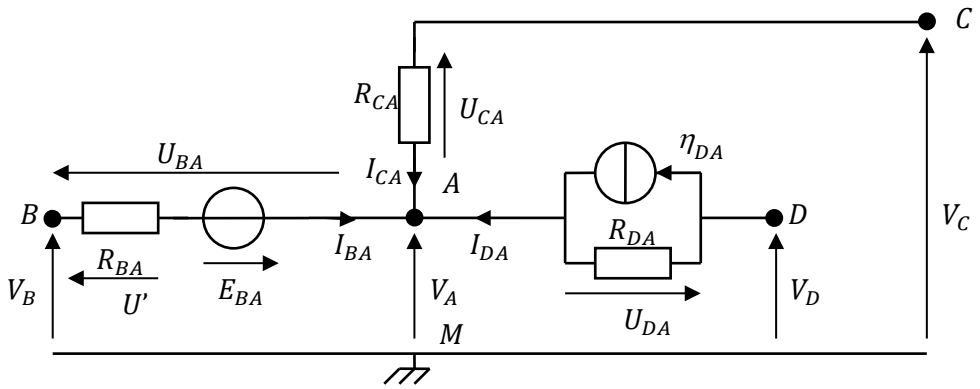
Autrement dit, le générateur de Thévenin est préférable quand sa résistance interne est très faible donc à priori très inférieure à R : la tension U en sortie ne dépend pratiquement pas de R et reste presque égale à E_{TH} (c'est le cas des Amplificateurs Opérationnels).

Le générateur de Norton est préférable quand sa résistance interne est très forte donc à priori très supérieure à R : le courant I en sortie ne dépend pratiquement pas de R et reste presque égal à I_N (c'est le cas des transistors).

V. <u>Théorème de Millman</u>

Ce théorème est une conséquence de la loi des nœuds écrite en termes de potentiels.

Il est très utile pour calculer le potentiel en un point A du circuit, c'est-à-dire la différence de potentiel entre ce point et un autre point M pris comme référence, tous les potentiels étant définis par rapport à ce point M (M sera donc le point de niveau 0 V, appelé "masse").



Pour le démontrer, le plus simple est de prendre un exemple regroupant les différents cas de figure pouvant se présenter, la généralisation à n branches étant facile à faire.

On calcule d'abord chaque courant en termes de potentiels :

Branche BA : $I_{BA} = \frac{U'}{R_{BA}} = \frac{U_{BA}+E_{BA}}{R_{BA}} = \frac{V_B-V_A+E_{BA}}{R_{BA}}$

Branche CA : $I_{CA} = \frac{U_{CA}}{R_{CA}} = \frac{V_C-V_A}{R_{CA}}$

Branche DA : $I_{DA} = \eta_{DA} + \frac{U_{DA}}{R_{DA}} = \eta_{DA} + \frac{V_D-V_A}{R_{DA}}$

On pose ensuite la loi des nœuds : $I_{BA} + I_{CA} + I_{DA} = 0$ puisque toutes les flèches pointent vers A et on remplace chaque courant par son expression en termes de potentiel.

$$\frac{V_B - V_A + E_{BA}}{R_{BA}} + \frac{V_C - V_A}{R_{CA}} + \eta_{DA} + \frac{V_D - V_A}{R_{DA}} = 0$$

On développe et on factorise par V_A.

$$\frac{V_B}{R_{BA}} - \frac{V_A}{R_{BA}} + \frac{E_{BA}}{R_{BA}} + \frac{V_C}{R_{CA}} - \frac{V_A}{R_{CA}} + \eta_{DA} + \frac{V_D}{R_{DA}} - \frac{V_A}{R_{DA}} = 0$$

On en tire l'expression de VA, soit :

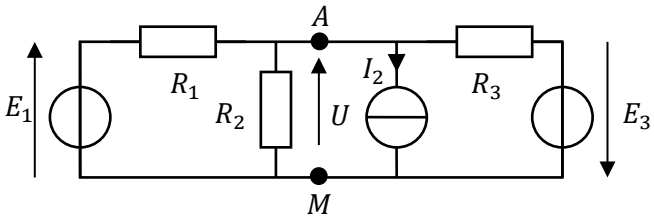
$$V_A = \frac{\frac{V_B}{R_{BA}} + \frac{E_{BA}}{R_{BA}} + \frac{V_C}{R_{CA}} + \eta_{DA} + \frac{V_D}{R_{DA}}}{\frac{1}{R_{BA}} + \frac{1}{R_{CA}} + \frac{1}{R_{DA}}}$$

Cette formule constitue le théorème de Millman si on la généralise à n branches :

$$V = \frac{\sum \frac{V_k}{R_k} + \sum I_{entrant} - \sum I_{sortant}}{\sum \frac{1}{R_k}}$$

Exemple :

Le circuit ci-contre parait déjà relativement complexe et on veut déterminer l'expression de la tension U $(= V_A - V_M)$.



On pourrait bien sur utiliser le théorème de superposition : il faudrait alors calculer 3 tensions partielles en ne gardant qu'un seul générateur à la fois, puis les ajouter.

On pourrait aussi utiliser les générateurs de Thévenin ou de Norton, mais les calculs seraient encore plus longs et fastidieux : il faudrait d'abord calculer R_{TH} et E_{TH} ce qui n'est pas immédiat, puis en déduire U par la formule du pont diviseur de tension.

On constate en regardant le schéma que toutes les tensions (E_1, E_3 et U) ont un point commun, celui matérialisé par la ligne horizontale en bas de la figure. Ce point sera donc par définition le point de référence des tensions, c'est-à-dire le niveau 0 volts (le point M dans la démonstration du théorème).

On voit aussi que les branches (E_1, R_1) et (E_3, R_3) correspondent à la branche de gauche du schéma précédent en supposant que le point B est relié à la masse (soit $V_B = 0$).

On constate enfin que le générateur de courant I_2 en parallèle avec R_2 correspond à la branche de droite du schéma précédent à condition de supposer que le point D est relié à la masse (soit $V_D = 0$)

Précision importante : dans la démonstration du théorème, les tensions et les courants notés au numérateur étaient tous précédés du signe "+" car ils "se dirigeaient" tous vers le point A dont on cherchait le potentiel. Si l'une des tensions ou l'un des courants dans les branches arrivant au point A est noté dans l'autre sens (flèche pointant vers M), il suffit de le faire précéder du signe "-".

Compte tenu de ces remarques, l'application du théorème de Millman au schéma ci-dessus permet d'écrire directement :

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_1}{R_3} - I_2 + \frac{0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}} = R_2 . \frac{(E_1 . R_3 - E_3 . R_1 - I_2 . R_1 . R_3)}{R_2 . R_3 + R_1 . R_2 + R_1 . R_3}$$

On constate qu'une seule formule suffit pour obtenir l'équation de U.

C. Régime sinusoïdal forcé - Définitions

I. Courants et tensions sinusoïdaux

1. Définition

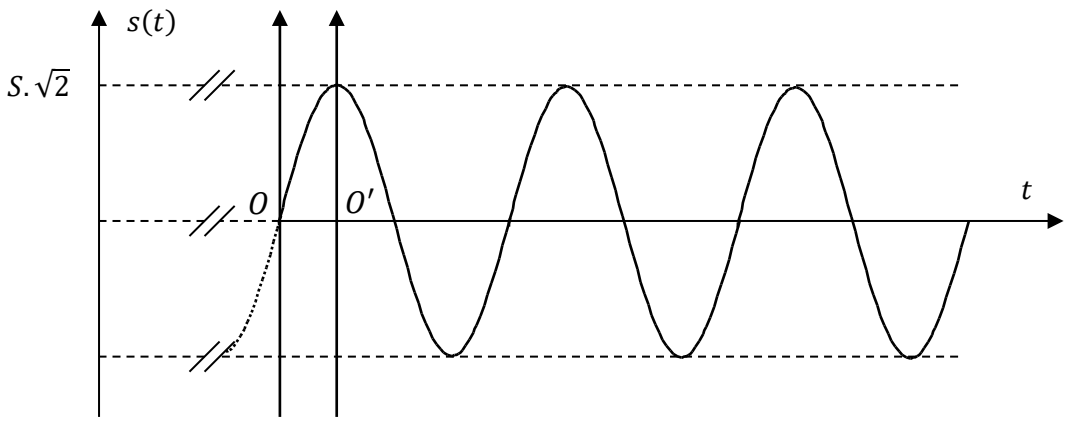
Un courant ou une tension sont dits sinusoïdaux si leurs amplitudes sont variables selon une loi … sinusoïdale.

2. Notation

$s(t) = S.\sqrt{2}.\cos(\omega.t + \varphi)$ pour un signal (courant ou tension) sinusoïdal.

Rq : On aurait les mêmes définitions si $s(t) = S.\sqrt{2}.\sin(\omega.t + \varphi)$

- $s(t)$ est la valeur instantanée : elle varie dans le temps et elle est notée en minuscules.
- S représente la valeur efficace de $s(t)$. Elle est donc nécessairement constante, réelle et positive. De plus, un cosinus ou un sinus n'ayant pas d'unité, S aura la même unité que le signal qu'elle représente (Ampère si $s(t)$ est un courant, Volt si c'est une tension).
- ω est la vitesse angulaire ou pulsation et elle s'exprime en radians par seconde (rad/s).
  Comme le radian est sans dimension (c'est un quotient de 2 longueurs), ω est homogène à l'inverse d'un temps exactement comme la fréquence f. Ces 2 grandeurs expriment la même idée de vitesse angulaire, ω en nombre de radians par seconde et f en nombre de "tours" par seconde. Elles sont donc proportionnelles. Ainsi, on sait que si, en $1\ seconde$, l'angle a varié de ω radians, il aura varié de 2π sur une période T. Ce qui conduit à $\omega.T = 2.\pi$, c'est-à-dire :
  $$\omega = \frac{2.\pi}{T} = 2.\pi.f$$
- φ est la phase à l'origine, c'est à dire pour $t = 0$. Elle s'exprime en radians (ou degrés).
  Mais il faut bien comprendre un point important : le régime sinusoïdal est un régime dit "établi" : les grandeurs sont sinusoïdales depuis un temps théoriquement infini. Sur un graphique représentant une grandeur sinusoïdale, on pourrait ne pas présenter l'origine des temps ; si on le fait quand même c'est pour que le dessin soit plus lisible.
  Si on positionne l'origine des temps (l'axe vertical) à un instant où $s(t) = 0$, il suffira d'écrire : $s(t) = S.\sqrt{2}.\sin(\omega t)$ (car $\sin(\omega t) = 0$ si $t = 0$).Si on positionne l'origine des temps (l'axe vertical) à un instant où $s(t) = S.\sqrt{2}$, il suffira d'écrire $s(t) = S.\sqrt{2}.\cos(\omega t)$ (car $\cos(\omega t) = 1$ si $t = 0$).



On voit sur ce graphique que la même sinusoïde peut se noter $S.\sqrt{2}.\sin(\omega.t)$ si on prend l'origine en O et $S.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$ si on prend l'origine en O'.

En régime sinusoïdal, ce que l'on cherche à apprécier, c'est le retard ou l'avance d'une grandeur par rapport à une autre, prise arbitrairement comme origine des déphasages et pour laquelle φ est nul par définition.

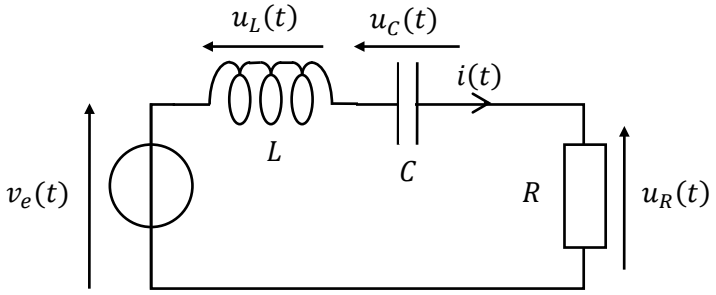
Analogie : 3 voitures A, B, C tournent sur une piste circulaire, à la même vitesse depuis un temps indéfini. Si on choisit A comme référence, on aura par exemple B en retard de 20° (par rapport à A) et C en avance de 45° (toujours par rapport à A). Mais on peut aussi bien choisir B comme référence et dans ce cas A sera en avance de 20° (par rapport à B) et C sera en avance de 65° (par rapport à B).

La règle c'est donc d'utiliser toujours la même fonction trigonométrique (soit sinus soit cosinus), de ne jamais mélanger les 2 notations, et de choisir arbitrairement une grandeur comme origine des déphasages : les valeurs de φ des autres grandeurs indiqueront bien leur déphasage par rapport à celle prise comme origine et c'est tout ce qui nous importe !

<u>Propriété importante</u> : Si un système linéaire est commandé par un signal sinusoïdal de pulsation ω, tous les signaux seront des sinusoïdes de pulsation ω.

II. Exemple de circuit en régime sinusoïdal : Etude d'un circuit RLC

Considérons le circuit ci-contre, dans lequel $v_e(t) = V_E.\sqrt{2}.\sin(\omega.t)$.



On cherche à exprimer $i(t)$.

L'application de la loi des mailles donne :

$$v_e(t) - u_L(t) - u_C(t) - u_R(t) = 0$$

De plus, on sait que :

$$\begin{cases} u_L(t) = L.\dfrac{di(t)}{dt} \\ u_R(t) = R.i(t) \\ i(t) = C.\dfrac{du_C(t)}{dt} \end{cases}$$

On obtient donc :

$$v_e(t) = L.\frac{di(t)}{dt} + R.i(t) + \frac{1}{C}.\int i(t).dt$$

Soit, en dérivant l'équation obtenue :

$$\frac{dv_e(t)}{dt} = L.\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R.\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C}$$

On obtient donc une équation différentielle du $2^{ème}$ ordre, à coefficient constant, avec second membre sinusoïdal… que je vous laisse résoudre…..

La solution pour un tel problème, c'est d'utiliser la représentation complexe. Chaque élément du circuit – signal et composant - sera associé à un nombre complexe, dont voici les définitions :

III. Représentation complexe

1. Amplitude complexe

C'est le complexe associé à un signal (courant ou tension) sinusoïdal.

Def : Soit $s(t) = S.\sqrt{2}.\cos(\omega.t + \varphi)$.

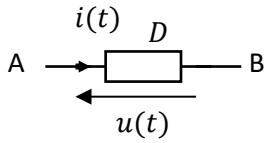
On appelle amplitude complexe associée au signal $s(t)$, le complexe $\underline{S}$ tel que :

- $|\underline{S}| = S$**, valeur efficace du signal** $s(t)$
- $\arg(\underline{S}) = \varphi$**, phase à l'origine de** $s(t)$

Rq : La définition est la même si $s(t) = S.\sqrt{2}.sin(\omega.t + \varphi)$

2. Impédance complexe

C'est le complexe associé à un dipôle.



Def : Soit un dipôle linéaire passif D où courant et tension sont fléchés en respectant la convention récepteur.

On a : $\begin{cases} \boldsymbol{u(t) = U.\sqrt{2}.\cos(\omega.t + \varphi_u)} \\ \boldsymbol{i(t) = I.\sqrt{2}.\cos(\omega.t + \varphi_i)} \end{cases}$

On appelle impédance complexe de ce dipôle la quantité $\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}}$

où $\underline{U}$ et $\underline{I}$ représentent les amplitudes complexes des signaux sinusoïdaux $u(t)$ et $i(t)$.

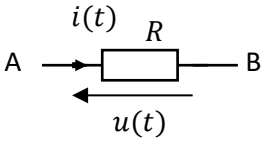
Remarques :

1. $|\underline{Z}| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} = \frac{U}{I}$: cette quantité s'exprime en $\frac{V}{A}$, c'est-à-dire en Ω.
2. $\arg(\underline{Z}) = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{I}) = \varphi_u - \varphi_i$: c'est le déphasage de la tension $u(t)$ aux bornes du dipôle par rapport au courant $i(t)$ qui le traverse.
3. $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \Leftrightarrow \underline{U} = \underline{Z}.\underline{I}$: L'intérêt de cette notion est d'obtenir une relation entres grandeurs complexes qui présente une analogie formelle avec la loi d'Ohm.

Impédances des dipôles usuels

a) Résistance

De la relation tension~courant $u = Ri$, on déduit que :

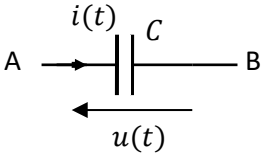


$$\boxed{\underline{Z_R} = \boldsymbol{R}}$$

Pour une résistance, la tension et le courant, exprimés avec la convention récepteur, sont en phase.

b) Condensateur

De la même façon que précédemment, la relation tension courant caractéristique d'un condensateur est $i(t) = C.\frac{du}{dt}$, qui se traduit en grandeurs complexes par $\underline{I} = jC\omega\underline{U}$. . L'impédance complexe d'un condensateur est donc :

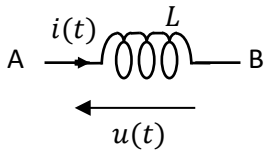


$$\boxed{\underline{Z_C} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{jC\omega}}}$$

Avec la convention récepteur, le courant est en avance de $\pi/2$ sur la tension.

c) Inductance

La relation tension courant caractéristique d'une inductance pure est $u(t) = L\frac{di}{dt}$, qui se traduit en grandeurs complexes par $\underline{U} = jL\omega\underline{I}$. L'impédance complexe d'une inductance pure est donc :



$$\underline{Z_L} = jL\omega$$

La tension est en avance de $\pi/2$ sur le courant, avec la convention récepteur.

Association d'éléments

Etant donnée l'analogie entre résistance pour les valeurs réelles et impédance pour les valeurs complexes, on observera des lois d'associations similaires pour les impédances complexes.

a) En série

L'impédance complexe de l'association en série de dipôles linéaires est la somme des impédances complexes de chacun de ces dipôles.

b) En parallèle

L'admittance complexe (inverse de l'impédance complexe) de l'association en parallèle de dipôles linéaires est la somme des admittances complexes de chacun.

Réseaux linéaires en régime sinusoïdal forcé

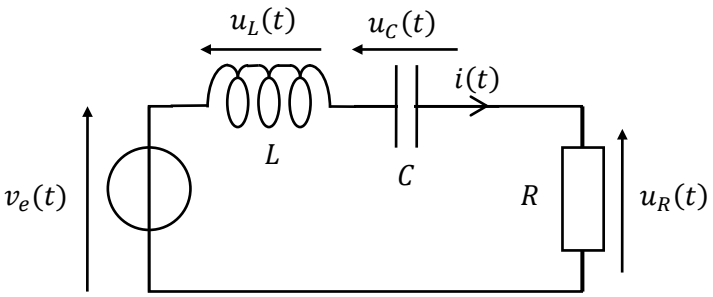
Toutes les lois d'étude des réseaux linéaires vues précédemment restent valables en régime sinusoïdal forcé, à condition que toutes les sources soient de même fréquence, que le régime permanent soit atteint et, évidemment d'après ce qui précède, en utilisant les grandeurs complexes.

On généralise en particulier les représentations de Thévenin et de Norton, en remplaçant toutefois dans leurs descriptions le terme résistance par impédance complexe.

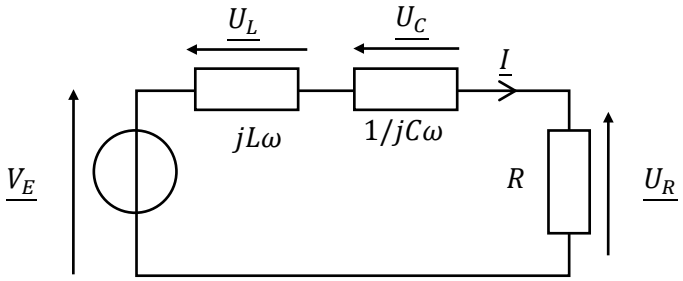
De même, le théorème de Millman, les diviseurs de tension et de courant se transposent sans difficulté.

Exemple : circuit RLC

Reprenons le circuit précédent. Afin de déterminer l'expression de $i(t)$, il fallait résoudre une équation différentielle du 2ème ordre avec second membre. Utilisons, pour déterminer l'expression de ce même courant, la représentation complexe :



1ère étape : On passe en représentation complexe. Pour cela, on remplace chaque élément par son complexe associé.(Impédance complexe pour les composants et amplitude complexe pour les courants et les tensions).



Rem : Vous remarquerez que les symboles des condensateurs et bobines ont été remplacés par un symbole analogue à celui d'une résistance. Cela se justifie par le fait que la relation courant/tension en complexe est analogue à la loi d'Ohm.

2ème étape : On utilise les lois et théorèmes de l'électronique afin de déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}$ associée au courant sinusoïdal $i(t)$. Ici, on utilise la loi des mailles :

$$\underline{V_E} - \underline{U_L} - \underline{U_C} - \underline{U_R} = 0$$

On sait aussi que :

$$\begin{cases} \underline{U_L} = jL\omega.\underline{I} \\ \underline{U_C} = \dfrac{1}{jC\omega}.\underline{I} \\ \underline{U_R} = R.\underline{I} \end{cases}$$

Ce qui nous donne :

$$jL\omega.\underline{I} + \frac{1}{jC\omega}.\underline{I} + R.\underline{I} = \underline{V_E}$$

Donc :

$$\underline{I} = \frac{\underline{V_E}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{jC\omega}{1 + jL\omega.jC\omega + R.jC\omega}.\underline{V_E}$$

$$\boxed{\underline{I} = \frac{jC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}.\underline{V_E}} \quad (j^2 = -1)$$

3ème étape : On détermine l'expression temporelle du courant sinusoïdal $i(t)$.

Comme on a un circuit linéaire et que $v_e(t) = V_E.\sqrt{2}.\sin(\omega.t)$ (cf p.3), alors on pourra écrire $i(t) = I.\sqrt{2}.\sin(\omega.t + \varphi)$ avec :

- $I = \left|\underline{I}\right| = \frac{|jC\omega|}{|1-LC\omega^2+jRC\omega|}.\left|\underline{V_E}\right| = \frac{C\omega}{\sqrt{(1-LC\omega^2)^2+(RC\omega)^2}}.V_E$
- $\varphi = \arg(\underline{I}) = \arg(jC\omega) + \arg\left(\underline{V_E}\right) - \arg(1 - LC\omega^2 + jRC\omega)$

$$= \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 0 + \arctan\left(\frac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right) & si\ 1 - LC\omega^2 > 0 \\ \frac{\pi}{2} + 0 + \pi - \arctan\left(\frac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right) & si\ 1 - LC\omega^2 < 0 \end{cases}$$